

IV) Bjælke, indspændt i den ene Ende og simpelt understøttet i den anden Ende.

Belastningstilfælde	Reaktion	Moment	Nedbøjningslinie	Nedbøjning	Anm.
	$A = \frac{5P}{16}$ $B = \frac{11P}{16}$	$M_C = +\frac{5Pl}{32}$ $M_{max} = M_B = -\frac{3Pl}{16}$	For AC $y = \frac{Pl^3}{32EJ} \left[\frac{x}{l} - \frac{5x^3}{3l^2} \right]$ For CB $y_1 = \frac{Pl^3}{32EJ} \left(\frac{x_1}{4l} + \frac{5x_1^2}{2l^2} - \frac{11x_1^3}{3l^3} \right)$	$f = \frac{7Pl^3}{768EJ}$ $f_{max} = \frac{Pl^3}{48EJ} \sqrt{\frac{1}{5}}$ for $x = 0,447l$	Farligste Tværsnit i B
	$A = \frac{3}{8}Q$ $B = \frac{5}{8}Q$	$M_x = \frac{Qx}{2} \left(\frac{3}{4} - \frac{x}{l} \right)$ $M_{max} = M_B = -\frac{Ql}{8}$ $M_C = \frac{9}{128} Ql^2$ (Største pos. Mom.)	$y = \frac{Ql^3}{48EJ} \left[\frac{x}{l} - 3\frac{x^3}{l^3} + 2\frac{x^4}{l^4} \right]$	$f_{max} = \frac{Ql^3}{185EJ}$ for $x = \frac{l}{16} (1 + \sqrt{33}) = 0,4215l$	Farligste Tværsnit i B

V) Bjælke, indspændt i den ene Ende og simpelt understøttet i Afstanden a fra den anden Ende.

Belastningstilfælde	Reaktion	Moment	Anm.
	$A = -1,5 \frac{Pa}{l}$ $B = +0,5 \frac{P}{l} (2l + 3a)$	$M_A = +0,5 Pa$ $M_B = -Pa$	Momentnulpunkt i Afstanden $\frac{1}{3}$ fra A
	$A = Q - B$ $B = \frac{Q}{8l(l+a)} (6a^2 + 8al + 3l^2)$	$M_A = -\frac{1}{8} \frac{l^2 - 2a^2}{l+a} Q$ $M_B = -\frac{Q}{2} \frac{a^2}{l+a}$	

VI) Bjælke, indspændt i begge Ender.

Belastningstilfælde	Reaktion	Moment	Nedbøjningslinie	Nedbøjning	Anm.
	$A = B = \frac{P}{2}$	$M_x = \frac{Pl}{2} \left(\frac{x}{l} - \frac{1}{4} \right)$ $M_A = M_B = -\frac{Pl}{8}$ $M_C = +\frac{1}{8} Pl$	$y = \frac{Pl^3}{16EJ} \left[\frac{x^2}{l^2} - \frac{4x^3}{3l^3} \right]$	$f = \frac{Pl^3}{192EJ}$	Farligste Tværsnit i A, B og C
	$A = B = \frac{Q}{2}$	$M_x = -\frac{Ql}{2} \left(\frac{1}{6} - \frac{x}{l} + \frac{x^2}{l^2} \right)$ $M_A = M_B = -\frac{Ql}{12}$ $M_C = +\frac{Ql}{24}$	$y = \frac{Ql^3}{24EJ} \left[\frac{x^2}{l^2} - 2\frac{x^3}{l^3} + \frac{x^4}{l^4} \right]$	$f = \frac{Ql^3}{384EJ}$	Farligste Tværsnit i A og B
	$A = \frac{Pb}{l^2} (l^2 - a^2 + ab)$ $B = \frac{Pa}{l^2} (l^2 - b^2 + ab)$	$M_A = -P \frac{ab^2}{l^2}$ $M_B = -P \frac{ba^2}{l^2}$ $M_C = 2P \frac{a^2 b^2}{l^3}$		$f_c = \frac{Pa^2 b^3}{3EJl^3}$	Største pos. Mom. er M_c

BEREGNING AF JERNDRAGERE

Gennemregnede Eksempler til Illustration af H.F.B.s Tabeller.

Beregning af en Drager med symmetrisk Belastning.

Eksemplet er dels gennemregnet nøjagtigt og dels efter anvendelig forenklet Metode.

I. Nøjagtig Beregning.

Drageren, som paa Figuren er betegnet med A-B, spænder over en Aabning paa 4,40 m, skal bære den skraverede Del af Facademuren og de til denne gennem Etageadskillelserne overførte Belastninger. Den lodrette Skravering angiver den ensformig fordelte Belastning; den

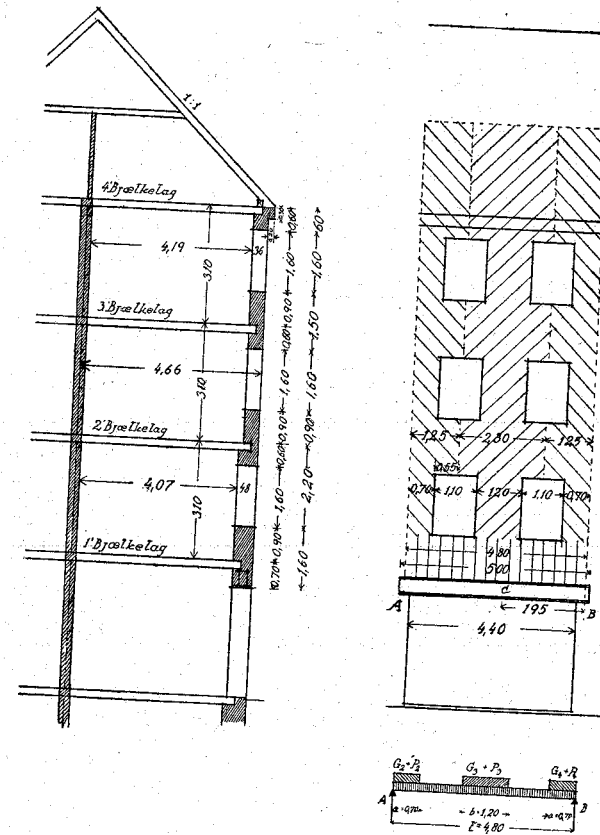


Fig. 1.

I den grafiske Gengivelse af Belastningen (forneden til højre) angiver den lodrette Skravering den ensformig fordelte Belastning $q_1 = g_1 + p_1$.

skraa Skravering, dels Belastningen over Dragerens midterste 1,20 m, dels Belastningen over de 0,70 m ved hver Ende af Drageren. Hvilede Belastning betegnes med g eller G , tilfældig Belastning med p eller P .

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned}
 & \text{Murværk (Egenvægt } 1700 \text{ kg/m}^3) \\
 & 0,48 \cdot 1,60 \cdot 1700 = 1306 \text{ kg/m} \\
 & \text{1. Bjælkelag (Egenv. } 200 \text{ kg/m}^2 \\
 & \text{efter Tabellen „Egenvægt af} \\
 & \text{Etageadskillelser“)} \frac{4,07}{2} \cdot 200 = 407 \text{ —} \\
 & \text{Egenvægten skønnes} = 180 \text{ —}
 \end{aligned} \right\} g_1 \\
 & \left. \begin{aligned}
 & \text{Tilfældig Belastning paa 1. Bjælkelag} \\
 & \text{200 kg/m}^2 \text{ (efter Tabellen „Tilf. Bel. paa Etageadskillelser“)} \\
 & \frac{4,07}{2} \cdot 200 = 407 \text{ —}
 \end{aligned} \right\} p_1 \\
 & q_1 = g_1 + p_1 = 2300 \text{ kg/m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned}
 & \text{Murværk} \\
 & [0,48 \cdot (0,70 \cdot 2,20 + 0,55 \cdot 0,60) + \\
 & 0,36 \cdot (0,70 \cdot 6,20 + 0,55 \cdot (0,90 + \\
 & \quad 1,50 + 0,60))] + \\
 & 0,20 \cdot 1,25 \cdot 0,30] \cdot 1700 = 5319 \text{ kg} \\
 & \text{2. Bjælkelag } \frac{4,07}{2} \cdot 1,25 \cdot 200 = 509 \text{ —} \\
 & \text{3. og 4. Bjælkelag } 2 \cdot \frac{4,19}{2} \cdot 1,25 \cdot 200 = 1048 \text{ —} \\
 & \text{Tag (Egenvægt } 99 \text{ kg/m}^2 \text{ efter Tabellen „Egenvægt af Tage“)} \\
 & \frac{4,66}{2} \cdot 1,25 \cdot 99 = 288 \text{ —}
 \end{aligned} \right\} G_2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned}
 & \text{Tilfældig Belastn. paa 2. Bjælkelag} \\
 & \frac{4,07}{2} \cdot 1,25 \cdot 200 = 509 \text{ —} \\
 & \text{Tilfældig Belastn. paa 3. Bjælkelag} \\
 & \frac{4,19}{2} \cdot 1,25 \cdot 200 = 524 \text{ —} \\
 & \text{Tilfældig Belastn. paa 4. Bjælkelag} \\
 & \frac{4,19}{2} \cdot 1,25 \cdot 100 = 262 \text{ —} \\
 & \text{Tilfældig Belastn. paa Tag } 100 \text{ kg/m}^2 \\
 & \text{(efter Tabellen for „Sne- og Vindtryk“)} \\
 & \frac{4,66}{2} \cdot 1,25 \cdot 100 = 291 \text{ —}
 \end{aligned} \right\} P_2
 \end{aligned}$$

$$Q_2 = G_2 + P_2 = 8750 \text{ kg}$$

$$W_{\text{nodv}} = \frac{2627900}{1200} = 2190 \text{ cm}^3.$$

Man kan da vælge at lægge 1, 2 eller flere Dragere ved Siden af hinanden, blot maa de tilsammen mindst have det nødvendige Modstandsmoment, ligesom man maa sikre sig, at den skønnede Egenvægt passer med den virkelige, samt at Nedbøjningen ikke bliver større end tilladt efter Bygningsnormerne.

Til at udvælge de passende Jerndragere benyttes en af de almindeligt forekommende „Jerntabeller“.

I det her udregnede Eksempel kan f. Eks. anvendes 2 Stk. DIPEX Nr. 26, der hver har $W = 1149 \text{ cm}^3$ eller tilsammen 2298 cm^3 .

Inden man bestemmer sig for disse Profiler, undersøges, hvor stor Nedbøjningen hidrørende fra den tilfældige Belastning bliver. Denne maa ikke overstige $\frac{1}{400}$ af Spændvidden.

Den tilfældige Belastning paa Bjælken er:

$P_1 = p_1 \cdot l = 407 \cdot 4,8 = 1954 \text{ kg}$	$= 1954 \text{ kg}$
$P_2 = 509 + 524 + 262 + 291 = 1586 \text{ kg}$	$= 1586 \text{ kg}$
$P_3 = 936 + 964 + 482 + 536 = 2918 \text{ kg}$	$= 2918 \text{ kg}$
$P_4 = P_2 = 1586 \text{ kg}$	$= 1586 \text{ kg}$
	8044 kg

Paa hver af de 2 Dipex 26 bliver altsaa den samlede tilfældige Belastning $Q = \frac{1}{2} \cdot 8044 = 4022 \text{ kg}$.

Nedbøjningen udregnes efter Formlen angivet i Afsnittet Statik, idet Belastningen regnes ensformig fordelt:

$$f = \frac{5 Q l^3}{384 E \cdot I}$$

hvor Q er det ovenfor udregnede 4022 kg, E er Elasticitetskoefficienten 2100000 kg/cm^2 , og I findes i „Jerntabellen“ 14940 cm^4 .

Man faar altsaa:

$$f = \frac{5 \cdot 4022 \cdot 480^3}{384 \cdot 2100000 \cdot 14940} = 0,18 \text{ cm},$$

hvilket er mindre end $\frac{1}{400} \cdot 480 = 1,2 \text{ cm}$, og det valgte Profil kan altsaa anvendes.

II. Forenklet Beregning.

Belastningen udregnes paa samme Maade som ovenfor, men fordeles ensformig over Drageren. Den samlede Belastning bliver:

Det største Moment (i Dragerens Midte) uledes af Formlerne under Afsnittet Statik.

Belastningen q_1 giver Momentet

$$M_1 = \frac{1}{8} q_1 l^2 = \frac{2300 \cdot 4,8^2}{8} = 6624 \text{ kg m}$$

Belastningen $Q_2 + Q_4$ giver Momentet

$$M_2 = \frac{(Q_2 + Q_4) 2a}{8} = \frac{(8750 + 8750) \cdot 2 \cdot 0,70}{8} = 3060 \text{ —}$$

Belastningen Q_3 giver Momentet

$$M_3 = \frac{Q_3 \left(\frac{l}{2} - \frac{b}{4} \right)}{2} = \frac{15805 \cdot \left(\frac{4,8}{2} - \frac{1,20}{4} \right)}{2} = 16595 \text{ —}$$

$M_{\text{max}} = 26279 \text{ kg m}$

Det nødvendige Modstandsmoment udregnes efter Formlen $W_{\text{nodv}} = \frac{M_{\text{max}}}{r}$, hvor r er den tilfældige Paavirkning. For Jern 1200 kg/cm^2 (Tabellen „Tilladelige Paavirkninger“)

$$Q_1 = q_1 l = 2300 \cdot 4,8 = 11040 \text{ kg}$$

$$Q_2 = 8750 \text{ —}$$

$$Q_3 = 15805 \text{ —}$$

$$Q_4 = 8750 \text{ —}$$

$$Q = 44345 \text{ kg}$$

Største Moment $\frac{1}{8} Q \cdot l = \frac{44345 \cdot 4,8}{8} = 26607 \text{ kg m}$

$$W_{\text{nodv}} = \frac{2660700}{1200} = 2217 \text{ cm}^3,$$

hvilket viser, at man i Reglen kan bruge denne Tilnærmelse, thi ogsaa efter denne Beregning kan man vælge 2 Stk. DIPEX Nr. 26.

At Nedbøjningen hidrørende fra den tilfældige Belastning ikke overstiger $\frac{1}{400}$ af Spændvidden, maa undersøges som vist ovenfor ved den nøjagtige Beregning.

Beregning af en Drager med skæv Belastning.

Samme Drager beregnes under Forudsætning af, at den i Punkt C belastes med en Enkeltkraft (f. Eks. hidrørende fra et Skillerum, der bæres af en Drager, der atter hviler paa Drageren A—B). Denne Enkeltkraft antages at have Størrelsen $P = 13500 \text{ kg}$, og den øvrige Belastning regnes efter den ovenfor viste forenkledte Beregning ensformig fordelt. Dragerens Egenvægt maa skønnes noget større end ovenfor, hvorfor der sættes $Q = 44500 \text{ kg}$.

Dragerens farligste Tværsnit vil enten være i Kraftens Angrebepunkt C eller i et Punkt paa

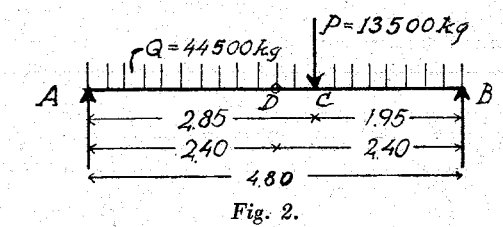


Fig. 2.

*) Den korrekte Udregning af det største Moment udføres paa følgende Maade (idet $a = AC$ og $b = CB$): Dragerens farligste Tværsnit ligger i Afstanden $b \cdot \frac{P}{Q}$ fra Midtpunktet, forudsat at denne Afstand er mindre end $D-C$. I modsat Fald vil det farligste Tværsnit være i Enkeltkraftens Angrebepunkt. For de to Tilfælde har man henholdsvis:

$$P < Q \frac{a-b}{2b} \quad \left| \quad P > Q \frac{a-b}{2b} \right.$$

$$M_{\text{max}} = Q \frac{a+b}{8} + \frac{Pb}{2} + \frac{b^2 P^2}{2(a+b)Q}, \text{ hvor de to første Led er Momentet i Midtpunktet.}$$

$$M_{\text{max}} = \frac{A^2(a+b)}{2Q}, \text{ hvor } A = \frac{Q}{2} + \frac{b}{a+b}P \text{ er Reaktionen i A.}$$

$$M_{\text{max}} = \left(P + \frac{Q}{2} \right) \frac{a \cdot b}{a+b}$$

For det givne Taleksempel har man $P > Q \frac{a-b}{2b}$, nemlig $13500 > 44500 \cdot \frac{2,85-1,95}{2 \cdot 1,95} = 10270$. Det farligste Tværsnit er altsaa ved Enkeltkraftens Angrebepunkt, og Momentet bliver $M_{\text{max}} = (13500 + 22250) \frac{1,95 \cdot 2,85}{4,80} = 41500 \text{ kgm}$.

Strækningen DC (evt. i D)*). Som en i Praxis anvendelig Tilnærmelse kan der regnes med, at det farligste Tværsnit vil være enten i Midten eller i Enkeltkraftens Angrebepunkt, hvorfor man maa udregne Momentet i begge disse Punkter og dimensionere Drageren efter det største af disse Momenter.

Momentet M_D i Midten (Punkt D):

fra den ensf. ford. Bel. $= \frac{1}{8} Ql$

$$= \frac{1}{8} \cdot 44500 \cdot 4,80 = 26700 \text{ kg m}$$

fra Enkeltkraften $= \frac{P \cdot c \cdot x}{l}$

$$= \frac{13500 \cdot 1,95 \cdot 2,40}{4,80} = 13150 \text{ —}$$

$M_D = 39850 \text{ kg m}$

Momentet M_C i Punkt C:

fra den ensf. ford. Bel. $= \frac{Qx}{2} \left(1 - \frac{x}{l} \right) =$

$$\frac{44500 \cdot 2,85}{2} \left(1 - \frac{2,85}{4,80} \right) = 25800 \text{ kg m}$$

fra Enkeltkraften $= \frac{Pcc_1}{l}$

$$= \frac{13500 \cdot 2,85 \cdot 1,95}{4,80} = 15700 \text{ —}$$

$M_C = 41500 \text{ kg m}$

Det nødvendige Modstandsmoment bestemmes altsaa $W_{\text{nodv}} = \frac{4150000}{1200} = 3460 \text{ cm}^3$.

Der kan f. Eks. anvendes 2 Stk. I NP 42 $\frac{1}{2}$, hvilke har $W = 2 \cdot 1740 = 3480 \text{ cm}^3$.

Beregning af Altandragere.

En Altan bæres af Dragerne A—A₁, B—B₁ og A₁—B₁. Belastningen skal efter Tabellen „Til-

fældig Belastning paa Etageadskillelser" være 400 kg/m². I Jernbetontabel I (enkelt armeret Plade) findes, at Altanpladen kan være 8 cm tyk.

Belastningen paa Drageren A₁—B₁ bliver:

$$\text{Jernbetonpladen (Egenv. 2400 kg/m}^3) \\ 0,08 \cdot \frac{1,10}{2} \cdot 2400 = 106 \text{ kg/m}$$

$$\text{Tilfældig Belastning } \frac{1,10}{2} \cdot 400 = 220 \text{ —}$$

$$\text{Rækværk + Drg. Egenvægt skønnes} = 20 \text{ —}$$

$$q = 346 \text{ kg/m}$$

Drageren beregnes for Momentet:

$$M = \frac{1}{8} q l^2 = \frac{1}{8} \cdot 346 \cdot 3,00^2 = 389 \text{ kg/m}$$

$$W_{\text{nedv}} = \frac{38900}{1200} = 32 \text{ cm}^3.$$

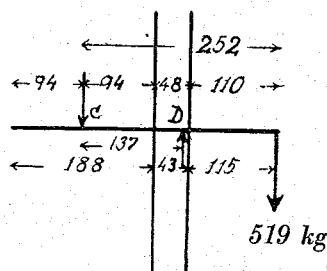
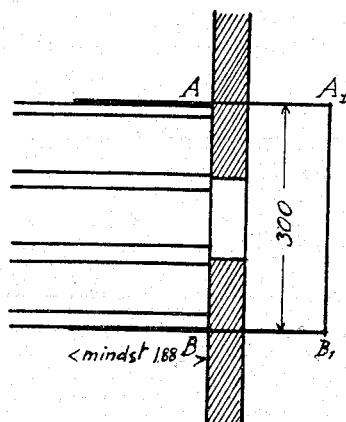
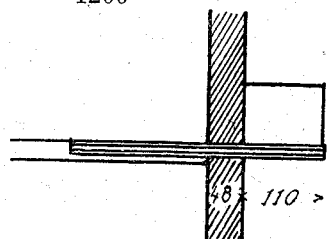


Fig. 3.

I NP 10 har $W = 34,2 \text{ cm}^3$, eller I NP 10 har $W = 41,2 \text{ cm}^3$.

Reaktionerne A_1 og B_1 bliver $\frac{1}{2} q l = \frac{1}{2} \cdot 346 \cdot 3,00 = 519 \text{ kg}$.

Drageren A—A₁ beregnes som indspændt i den ene Ende og fri i den anden og i den frie Ende belastet med en Enkeltkraft 519 kg samt Egenvægten ensf. fordelt.

Det største Moment i Indspændingstværsnittet:

$$\text{fra Enkeltkraften} = P \cdot l = 519 \cdot 1,10 = 571 \text{ kg/m}$$

$$\text{fra Egenvægten (skønnes 16 kg)} \\ = \frac{Gl}{2} = \frac{16 \cdot 1,10}{2} = 9 \text{ —} \\ M = 580 \text{ kg/m}$$

$$W_{\text{nedv}} = \frac{58000}{1200} = 48 \text{ cm}^3.$$

I NP 12 har $W = 54,7 \text{ cm}^3$, eller I NP 12 har $W = 60,7 \text{ cm}^3$.

Indspændingen for Drageren A—A₁ (og paa samme Maade for B—B₁) tænkes tilvejebragt paa den paa Figur 3 viste Maade, idet Drageren boltes paa en mindst 3 Alen = 1,88 m lang Strækning til en Bjælke i Bjælkelaget. Det tænkes, at Belastningen paa Altanen frembringer Reaktionerne C og D. (C er egentlig ensf. fordelt paa de 1,88 m).

Trykket paa Muren fordeles ved Hjælp af Underlagspladen D. Ved at tage Momentet om Punkt C findes Størrelsen af Reaktionen D.

$$1,37 \cdot D = 2,52 \cdot 519 \\ D = \frac{2,52 \cdot 519}{1,37} = 955 \text{ kg}.$$

Det tilladelige Tryk paa alm. Murværk (findes i Tabellen „Tilladelige Paavirkninger“) er 8 kg/cm². Underlagspladens Størrelse skal være $\frac{955}{8} = 119 \text{ cm}^2$. En 15 × 10 cm Plade har Arealet 150 cm².

C. Hurwitz.

DIMENSIONERINGSDIAGRAMMER FOR JERNBJÆLKER OG -SØJLER

Af Ing., cand. polyt. Ch. Lundgreen.

Arbejdet ved Dimensionering af Bjælker og Søjler falder i to Afsnit: 1) Beregning af Belastningen og 2) Opsøgning af et passende Profilnummer.

Medens det førstnævnte Arbejde næppe kan lattes paa bedre Maade end ved Benyttelse af Regnесток, der forenkler Multiplikationer o. l. i betydelig Grad, kan der for den sidstnævnte Dels Vedkommende opnaas saavel Tidsbesparelse som forøget Sikkerhed ved Anvendelse af Tabeller eller navnlig Diagrammer.

Logaritmisk Inddeling i Diagrammerne giver en behagelig Rytme, der letter Opsøgningen, naar man er bleven fortrolig med Inddelingen. Ved Aflæsninger i grafiske Fremstillinger belastes man ikke med overflødige Cifre, hvilket Forhold har en vis Betydning ved statistiske Beregninger.

Diagrammerne

omfatter Serierne NP I, DIP, DIPEX og NP II som Bjælker samt ligesidede Vinkeljern og de tre Serier DIP, DIPEX og NP II som Søjler.

Bjælke-diagrammerne

angiver Total-Bæreevner saavel for Styrke (fuldt optrukne Linier) som for Nedbøjning (punkterede Linier); det bemærkes, at der kun skal tages Hensyn til Nedbøjningen for Bjælker, der ikke er indstøbt i Beton, og at der i denne Henseende kun skal regnes med den tilfældige Belastning. Den tilladelige Paavirkning er sat til $r = 1200 \text{ kg/cm}^2$, og den tilladelige Nedbøjning til $\frac{1}{400}$ af Spændvidden. Belastningen er forudsat at være ensformig fordelt paa simpelt understøttet Bjælke.

Transformeret Belastning.

I de Tilfælde, hvor Belastningerne ikke er ensformig fordelt, eller hvor Understøtningsmaaden afviger fra den simple, maa man anvende en omregnet (transformeret) Belastning. Denne transformererede Belastning (Q') bliver ved Omregningen saaledes, at den — anvendt i Diagrammet — svarer til samme Virkning i det bestemmende Tværsnit som de givne Belastninger virkende paa de virkelige Bjælker. Saadanne Transformationer kan udregnes efter nedenstaaende Formler. Med det udregnede Resultat (Q') gaar man ind i Diagrammerne paa sædvanlig Maade.

Søjlediagrammerne

angiver disses Bæreevner, der er beregnet ved Hjælp af de normerede Formler med Benyttelse af Sikkerhedsgraden 3.

Formler for transformeret Belastning.

Den angivne Inddeling henviser til Belastningstilfældene foran (Afsnit: STATIK Side 844—846). Den uensformig fordelte Belastning P bliver transformeret til ensformig fordelt Belastning Q' ved Hjælp af disse Formler.

I) Indspændt Bjælke.

1.	$Q_A = 8 P$
2.	$Q_A = 8 \frac{l_1}{l} P$
3.	$Q_A = 4 Q$
4.	$Q_A = 4 \frac{l}{l} Q$

II) Simpelt understøttet Bjælke med 1 eller 2 overrørende Ender.

1.	$Q_C = 4 \frac{c}{l} P$
2.	$Q_C = 8 \frac{c}{l} P$
3.	$Q_C = \left(1 - 2 \frac{c}{a}\right) Q$

III) Simpelt understøttet Bjælke over een Aabning.

1.	$Q_C = 2 P$
2.	$Q_C = 8 \frac{c c_1}{l^2} P$ $Q_D = 4 \frac{c_1}{l} P; c > c_1$
3.	$Q_C = Q$ $Q_X = 4 \frac{x(l-x)}{l^2} Q$
4.	$Q_C = Q$ $Q_D = 1,0265 Q \quad d = 0,58$
5.	$Q_C = \frac{4}{3} Q$
6.	$Q_C = \left(1 + 2 \frac{a}{l}\right) Q$
7.	$Q_C = 2 \frac{a}{l} Q; d = \frac{a}{l} \left(\frac{a}{2} + b\right)$ $Q_D = \frac{a}{l} \left(2 - \frac{a}{l}\right) Q$
8.	$Q_C = \left(\frac{l}{b} - 2 \frac{a^2 + c^2}{bl}\right) Q$
9.	$Q_C = \frac{8}{3} P$
10.	$Q_C = 4 P$
11.	$Q_C = \frac{24}{5} P$